P2

Física - 4

Escola Politécnica - 2001

FAP2296 - 2^a PROVA

16/10/2001

◇ Esta prova tem 100 minutos de duração.
◇ É proibida a consulta a colegas, livros e apontamentos.
◇ É proibido o uso de calculadoras.
◇ Resolva cada questão na folha apropriada.
◇ Não serão aceitas respostas sem justificativas

Questão 1

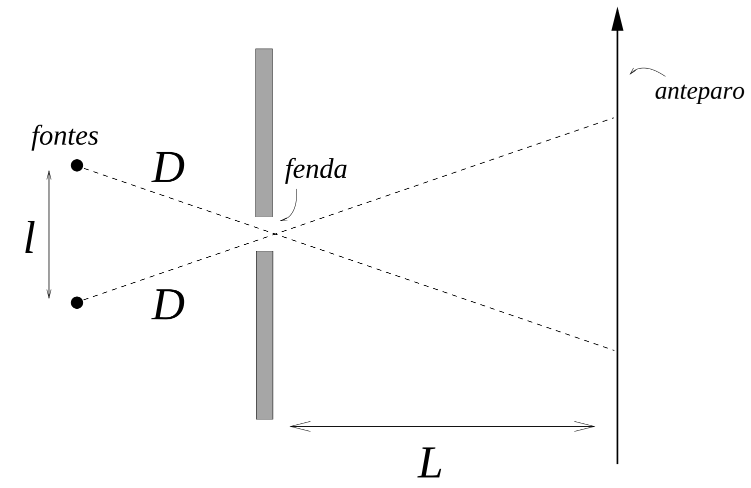
Luz monocromática, com comprimento de onda de 500 nm, passa por uma fenda de largura $a = 5000nm$. Um padrão de difração se forma num anteparo situado atrás da fenda, a uma distância $L >> a$. Calcule:

a. (1,0) A posição angular do primeiro e do segundo mínimos de difração

b. (1,0) A intensidade relativa do primeiro máximo de difração em relação à intensidade do máximo central;

c. (0,5) Considere agora duas fontes monocromáticas emitindo luz desse mesmo comprimento de onda ($5000nm$), situadas à mesma distância da fenda e separadas por $\ell = 2m$, conforme a figura. Determine a distância máxima D para que essas duas fontes estejam minimamente resolvidas no anteparo.

Figura 1: Questão 1, ítem c



Questão 1

$a\,\text{sen}\theta \;=\; m\lambda$ (min de difração para fenda de largura a)

a) $a\,\text{sen}\theta_1 \;=\; \lambda \quad \text{sen}\theta_1 \;=\; 0,1 \quad \Rightarrow \quad \theta_1 \;\approx\; 0,1\,\text{rad}$

$a\,\text{sen}\theta_2 \;=\; \lambda \quad \text{sen}\theta_2 \;=\; 0,2 \quad \Rightarrow \quad \theta_2 \;\approx\; 0,2\,\text{rad}$

b) máximo em ≈ 0,15 rad

$I/I_o \;=\; [\text{sen}(\beta/2)/(\beta/2)]^2$ com $\beta \;=\; (2\pi a\,\text{sen}\,\theta)/\lambda$

No primeiro máximo $\beta \;=\; 2\pi$ (5000 / 500) sen 0,15 = 9,42 rad

Logo $I/I_o \;=\; [\text{sen}\,4,71/4,71]^2 \;=\;$ 0,045

c) máximo da segunda fonte coincidindo com mínimo da primeira

$\ell \;=\;$ *distância entre as fontes*

D = distância das fontes à fenda

logo $\theta_{res} = \lambda/a = 0,1$

ou ℓ */ D = 0,1 ; para* ℓ *= 2 metros teremos D = 20 metros.*

Questão 2

A radiação térmica proveniente da superfície de uma placa aquecida possui uma curva de intensidade por comprimento de onda ($I \times \lambda$) cujo máximo ocorre no comprimento de onda $\lambda_{\text{max}} = 2900nm$

a. (0,5) Qual é a temperatura da placa?

b. (0,5) Qual é a energia, em eV, do fóton correspondente ao comprimento de onda do máximo da curva de emissão?

c. (0,5) Se esse fóton incidisse num material capaz de emitir elétrons, qual o valor máximo da função de trabalho desse material para que a emissão de elétrons por efeito Fotoelétrico ainda fosse possível?

d. (1,0) Se a intensidade da luz emitida pela placa no comprimento de onda λ_{max} é I_o, determine o número de fótons emitidos, por segundo e por unidade de área, nesse comprimento de onda [a resposta deve ser dada em função de I_o, λ_{max}, da constante de Planck (h) e da velocidade da luz (c)].

Questão 2

a) $\lambda_p T = 0,29 \cdot 10^{-2}\, mK$ para $\lambda_{\max} = 2,9 \cdot 10^{-6}\, m\, T = 1000K$

b) $E_f = h\nu = hc/\lambda = (6,626 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^{8})/2,9 \cdot 10^{-6} = 6,85 \cdot 10^{-20}$ Joules $= 0,428\, eV$

c) Função de trabalho deve ser inferior a 0,428 eV.
Número de Fótons / (segundo m^2) $= N = I_o/h\nu = I_o\lambda_{\max}/hc$

Logo $N = I_o\lambda_{\max}/hc$

Questão 3

Considere o modelo de Bohr para o íon He^{+1}, onde um elétron de carga $(-e)$ e massa m_e orbita um núcleo de carga $(+2e)$.

a. (1,0) Deduza a expressão clássica para a energia total desse íon, em função da carga, da massa do elétron e do raio r da órbita;

b. (1,0) Usando a regra de Bohr para a quantização do momento angular, determine os possíveis valores dos raios dessas órbitas;

c. (0,5) Calcule a expressão para a energia dos níveis correspondentes às órbitas de Bohr;

d. (0,5) Qual será o comprimento de onda de um fóton emitido numa transição entre um nível n_i e um nível n_f desse sistema $(n_i > n_f)$.

Questão 3

a) $E = k + v = \frac{1}{2}\, m_e\, v^2 - \frac{2e^2}{4\pi\epsilon_o r}$

Força coulombiana = força centrípeta

$\Rightarrow \quad \frac{2e^2}{4\pi\epsilon_o r^2} = \frac{m_e v^2}{r} \quad \Rightarrow \quad m_e v^2 = \frac{2e^2}{4\pi\epsilon_o r}$

$\Rightarrow \quad E = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_o r}$

b) $\ell = n\hbar = n\,\frac{h}{2\pi} = m_e\, v\, r_n \qquad (n = 1, 2, \cdots)$

$m_e^2\, v^2\, r_n^2 = n^2\, \hbar^2 \quad \Rightarrow \quad m_e r_n^2 \left(\frac{2e^2}{4\pi\epsilon_o r_n}\right) = n^2 \hbar^2$

$r_n = \frac{2\pi\epsilon_o\, n^2\hbar^2}{m_e\, e^2} \qquad (n = 1, 2, \cdots)$

c) $E_n = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_o r_n} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_o}\left(\frac{m_e\, e^2}{2\pi\epsilon_o\, n^2\hbar^2}\right) = -\frac{m_e\, e^4}{8\pi^2\epsilon_o^2\, n^2\hbar^2}$

d) $\mid E_{n_f} - E_{n_i} \mid = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{hc}{|E_{n_f} - E_{n_i}|}$

$\mid E_{n_f} - E_{n_i} \mid = \frac{m_e\, e^4}{\underbrace{8\pi^2\epsilon_o^2\,\hbar^2}_{2\epsilon_o^2\, h^2}} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) = \frac{m_e\, e^4}{8\pi^2\epsilon_o^2\,\hbar^2}\left(\frac{n_i^2 - n_f^2}{n_i^2\, n_f^2}\right)$

$\lambda = \frac{2\epsilon_o^2\, c\, h^3}{m_e\, e^4}\left(\frac{n_i^2\, n_f^2}{n_i^2 - n_f^2}\right)$

Questão 4

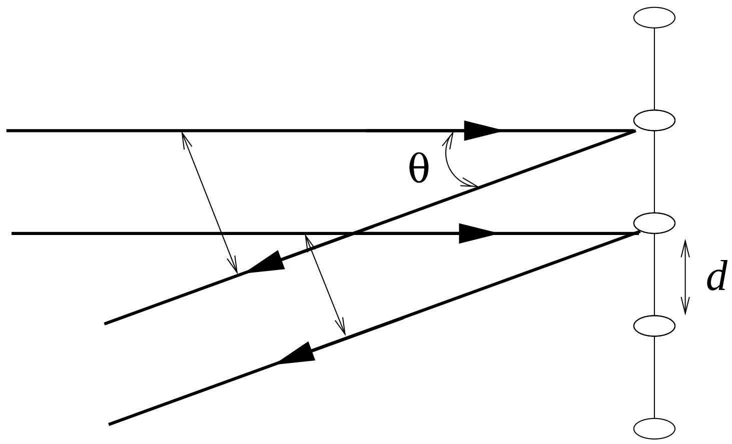
Um feixe de elétrons é acelerado de modo que eles adquiram um momento linear $p = 40 \cdot 10^{-25} kg\, m/s$.

a. (0,5) Determine o comprimento de onda de De Broglie desses elétrons;

b. (1,0) O feixe incide sobre a superfície de um cristal (ver figura) e os elétrons são difratados **pelos átomos na superfície**, que estão separados de uma distância $d = 2,18 \mathring{A}$. Determine a condição de máximos de difração para esses elétrons em função do ângulo θ indicado na figura;

c. (0,5) Para que ângulo será observado o primeiro máximo de difração de elétrons?

Figura 2: Questão 4



Questão 4

a) $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}6\times10^{-34}\,J\cdot s}{4\times10^{-24}\,kg\,m/s} = 1,65\times10^{-10}m = 1,65\mathring{A}$

b) Condição de Máximos: $\delta = m\lambda$ (δ : diferença de percurso)

$\delta = d\text{sen}\theta = m\lambda$

c) $m = 1 \quad \Rightarrow \quad \lambda = d\text{sen}\theta \quad \Rightarrow \quad \text{sen}\theta = \frac{\lambda}{d} = \frac{1{,}65}{2{,}18}$

$\theta = \text{sen}^{-1}\left(\frac{1{,}65}{2{,}18}\right) \approx 49,5^{O}$

Formulário

$E_f = hv = hc/\lambda$

$h = 6,626\cdot10^{-34}J \cdot seg$;

$c = 3\cdot10^{8}\,m/s$;

$1eV = 1,6\cdot10^{-19}$ Joules

$a\,\text{sen}\theta = m\lambda$

$I/I_o = [\text{sen}(\beta/2)/(\beta/2)]^2$ com $\beta = (2\pi a\,\text{sen}\theta)/\lambda$

$\lambda\cdot T = 0,29\cdot10^{-2}\,K\cdot m$

Potencial Coulombiano U = $\kappa e^2/r \quad \kappa = 1/(4\pi\varepsilon_o)$

$L = nh/2\pi$

$$I(T,\lambda) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5(\mathrm{e}^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1)}$$