

A1

Física III

Escola Politécnica - 2003

FGE2295 - Gabarito da 1^a AVALIAÇÃO

27 de março de 2003

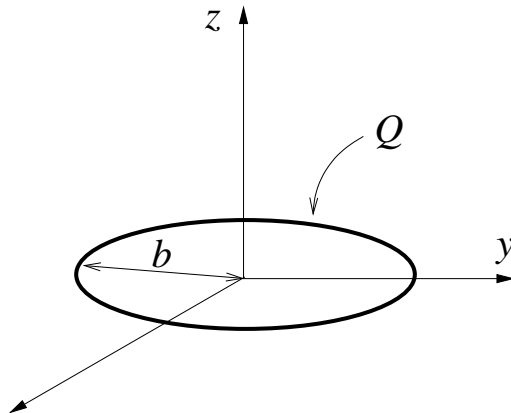
A T E N Ç Ã O

Os alunos que já foram aprovados em FGE2297 (laboratório) e ainda estão reprovados em FGE2295 (teoria) – e não preencheram o formulário de declaração de nota – procurem o Sr. Toni, na Secretaria do Biênio, para preenchê-lo. Se a declaração não for preenchida, será atribuída nota zero de laboratório.

- ◇ Esta avaliação tem 100 minutos de duração.
- ◇ É proibida a consulta a colegas, livros e apontamentos.
- ◇ Escreva de forma legível.
- ◇ É proibido o uso de calculadoras.
- ◇ Resolva cada questão na folha apropriada.
- ◇ Não serão aceitas respostas sem justificativas

Questão 1

Uma carga Q está distribuída uniformemente em um anel fino de raio b , que se encontra no plano xy com seu centro na origem.

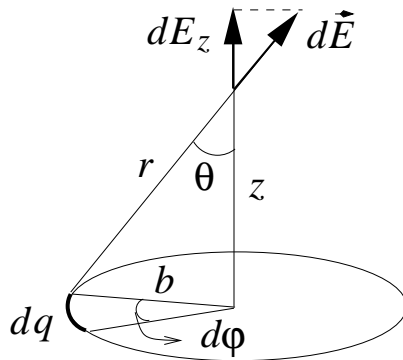


(1,5 ponto) (a) Ache o campo ao longo do eixo z .

(0,5 ponto) (b) Localize o ponto no eixo positivo de z onde o campo elétrico é máximo.

(0,5 ponto) (c) Para qual valor de z finito o campo elétrico é mínimo?

Solução da Questão 1



(a)

$$dE_z = dE \cos \theta = \frac{k dq z}{r^2} \frac{z}{r}; \quad dq = \frac{Q}{2\pi r} r d\varphi.$$

Integrando,

$$E_z = \frac{kQz}{(b^2 + z^2)^{3/2}}$$

(b)

$$\frac{dE_z}{dz} = \frac{kQ}{(b^2 + z^2)^{3/2}} - \frac{3}{2} \frac{kQ2z}{(b^2 + z^2)^{5/2}} = 0$$

Resolvendo, $z = b/\sqrt{2}$.

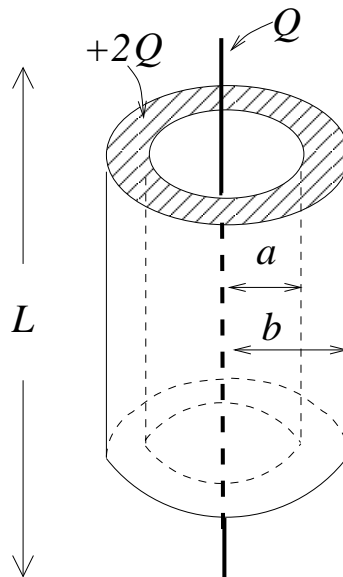
- (c) O campo é sempre positivo (para $Q > 0$). O menor valor é $E_z = 0$ que ocorre em $z = 0$ (isto pode ser concluído do item (a) ou por simetria).

Questão 2

Um fio retilíneo muito longo, de comprimento L , tem uma carga positiva Q . Ele é envolvido por um cilindro condutor oco de raio interno a e raio externo b com carga líquida $+2Q$. Com essas informações, e desprezando efeitos das extremidades do cilindro, usar a lei de Gauss para determinar:

(1,5 ponto) (a) O campo elétrico \vec{E} nas regiões $0 < r < a$, $a \leq r \leq b$ e $b < r$.

(1,0 ponto) (b) Calcule a carga total na face interna e na face externa do cilindro.



Solução da Questão 2

- (a) Usando uma superfície cilíndrica gaussiana entre o fio e a casca interna, obtemos, para $0 < r < a$,

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{fio}}}{\epsilon_0} \Rightarrow E(r) 2\pi r L = \frac{Q_{\text{fio}}}{\epsilon_0}.$$

Logo

$$E(r) = \frac{Q_{\text{fio}}/L}{2\pi r \epsilon_0} \Rightarrow E(r) = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0}$$

Para $a \leq r \leq b$ o campo eletrostático é nulo (condutor).

Na região $b < r$, teremos

$$E_{\text{ext}} 2\pi r L = \frac{Q_{\text{fio}} + 2Q}{\epsilon_0} = \frac{3Q}{\epsilon_0}.$$

Logo,

$$E(r) = \frac{3\lambda}{2\pi r \epsilon_0}$$

- (b) Utilizando uma superfície gaussiana cilíndrica, cuja lateral esta no interior da casca condutora, teremos

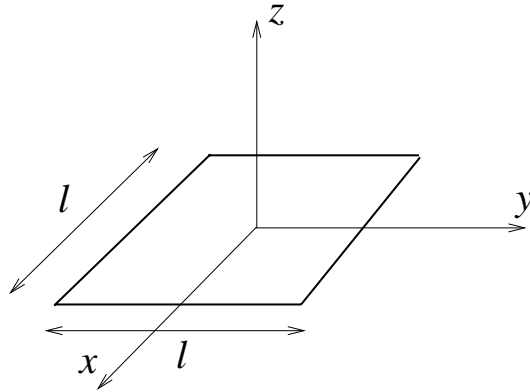
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0 = \frac{Q_{\text{int}} + Q_{\text{fio}}}{\epsilon_0} \Rightarrow Q_{\text{int}} = -Q_{\text{fio}} = -Q.$$

Logo,

$$Q_{\text{ext}} = 3Q$$

Questão 3

Uma espira quadrada de lado l e densidade de carga linear λ está localizada no plano xy , simétrica em relação à origem.



(1,0 ponto) (a) Calcule o potencial, devido a um só lado, ao longo do eixo z .

(0,5 ponto) (b) Calcule o potencial no mesmo ponto, devido a toda a espira.

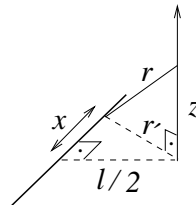
(1,0 ponto) (c) Calcule o campo elétrico da espira ao longo do eixo z .

Dado :
$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2})$$

Solução da Questão 3

(a)

$$dq = \lambda dx; \quad dV(z) = \frac{k dq}{r};$$



$$r'^2 = \left(\frac{l}{2}\right)^2 + x^2; \quad r^2 = r'^2 + z^2 = \left(\frac{l}{2}\right)^2 + x^2 + z^2$$

$$V(z) = k\lambda \int_{-l/2}^{l/2} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + \left(\frac{l^2}{4} + z^2\right)}} = k\lambda \ln \frac{\frac{l}{2} + \sqrt{z^2 + \frac{l^2}{2}}}{-\frac{l}{2} + \sqrt{z^2 + \frac{l^2}{2}}}$$

(b) Usando o princípio de superposição, $V_T(z) = 4V(z)$.

(c)

$$\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial z} \hat{z} = \frac{4k\lambda l z}{(z^2 + \frac{l^2}{4}) \sqrt{z^2 + \frac{l^2}{2}}} \hat{z}$$

Questão 4

Um elétron se move ao longo da direção de um campo elétrico uniforme. Sua velocidade inicial é $8 \times 10^6 \text{ m/s}$ e sua velocidade final, após percorrer uma distância de 3 mm é $3 \times 10^6 \text{ m/s}$.

(1,5 ponto) (a) Qual é a diferença de potencial entre as duas posições?

(1,0 ponto) (b) Qual é o campo elétrico?

$$\text{Dados : } m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}, \quad q_e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Solução da Questão 4

(a)

$$\Delta K = -q \Delta V$$

$$\frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 = e \Delta V$$

$$\Delta V = \frac{m}{2e} (v_f^2 - v_i^2) = \frac{9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}}{2(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})} (9 \times 10^{12} - 64 \times 10^{12}) \text{ m}^2/\text{s}^2 = -156,6 \text{ V}$$

(b)

$$\Delta V = - \int_0^d \vec{E} \cdot d\vec{s} = -Ed$$

$$E = -\frac{\Delta V}{d} = \frac{156,6 \text{ V}}{3 \times 10^{-3} \text{ m}} = 5,2 \times 10^4 \text{ V/m}.$$